

Diseño Curricular para la Educación Secundaria 5^{to} año.

Matemática VERSIÓN PRELIMINAR

LA MATEMÁTICA SUPERIOR Y SU ENSEÑANZA EN EL CICLO SUPERIOR DE LA SECUNDARIA

El ciclo Superior de la Secundaria representa para los jóvenes la oportunidad de profundizar contenidos matemáticos anteriores, analizarlos desde el punto de vista formal de la matemática como ciencia, al mismo tiempo que se abre un espacio de construcción de nuevos conceptos.

La matemática para jóvenes que cursan estudios secundarios superiores deberá aportar niveles crecientes de formalización y generalización.

Para “hacer matemática” es ineludible resolver problemas, pero si bien esta actividad es necesaria no resulta suficiente. La descontextualización de los resultados obtenidos es lo que permite generalizar y realizar transferencias pertinentes.

Es importante que los docentes tengan presente que si bien la estructura de la matemática, como ciencia formal, es el resultado final de conocimientos construidos por la comunidad científica, en la escuela secundaria esa estructura deberá constituir una meta y no un punto de partida.

Si bien la “matemática escolar” difiere del trabajo científico, el estilo y las características de la tarea que realiza la comunidad matemática pueden y deben vivenciarse en el aula. De esta forma los alumnos considerarán a la Matemática como un quehacer posible para todos, tal como se esbozara en la Secundaria Básica.

El imaginario popular asigna a la matemática significados discutibles que la colocan en un lugar casi inalcanzable para el común de las personas. Estas concepciones tienen su origen, en gran parte, en los aprendizajes que se produjeron durante la escolaridad. Por lo general la matemática escolar ha estado caracterizada por una profusión de definiciones abstractas, procedimientos mecánicos, desarrollos unívocos y acabados, demostraciones formales junto con un uso apresurado de la simbología. Esto ha contribuido a la creencia de que las personas que no son capaces de asimilarlos sistemáticamente, en el orden y la cantidad en la que son presentados, fracasan por “falta de capacidad” para la matemática.

Esta concepción determinista y elitista de la Matemática se contrapone con la propuesta de este diseño curricular la coloca como parte de la cultura y a nuestros alumnos como hacedores de la misma.

Si bien la Matemática es un quehacer posible para todos, el modo en la que se la presenta no siempre resulta adecuado para todos. Por este motivo se propone un

cambio sustancial en el quehacer matemático del aula donde el docente a partir de la asimetría sea un motor importante en la construcción de conocimientos que cobren sentido dentro de la formación integral del alumno. Uno de estos cambios es el posicionamiento del docente, corriéndose del lugar central que ha ocupado históricamente dentro del aula. “Abandonar el lugar central” no significa “abandonar a los alumnos” sino ocupar otro espacio dentro de la dinámica de la clase que permita a los jóvenes interactuar con sus pares y con la propuesta de trabajo presentada. Pero la sola reunión de los jóvenes con propuestas bien planificadas no garantiza que aprendan matemática. La intervención del docente es de fundamental importancia para que el aprendizaje sea posible, pero esa intervención debe responder a estrategias que trasciendan la exposición como única dinámica de clase.

MAPA CURRICULAR MATEMÁTICA SUPERIOR QUINTO AÑO

Eje	Núcleos sintéticos de contenidos
Geometría y Álgebra	Semejanza Razón entre áreas y volúmenes de cuerpos semejantes Lugar Geométrico Hipérbola. Elipse
Número y Operaciones	Números reales Intervalos en \mathbb{R} Operatoria Logaritmo Sucesiones Sucesiones dadas por término general y por recurrencia <ul style="list-style-type: none"> • <i>Uso de calculadoras</i>
Álgebra y funciones	Funciones polinómicas Ceros. Gráficos Composición e inversas de funciones. Funciones homográficas Funciones exponencial y logarítmica. <i>Uso de software para el estudio de funciones</i>
	Estadística.

Probabilidad y Estadística	Muestra y población Parámetros de posición Parámetros de dispersión <ul style="list-style-type: none"> • <i>Uso de calculadoras</i>
-----------------------------------	--

CARGA HORARIA

La materia **Matemática Superior**, se encuentra en el 5° año de la escuela secundaria en todas las orientaciones del Ciclo Superior.

Su carga es de 108 horas totales, siendo su frecuencia de 3 horas semanales si su duración se implementa como anual.

OBJETIVOS DE ENSEÑANZA

- Promover el trabajo autónomo de los alumnos.
- Estimular a los alumnos a establecer hipótesis, comprobarlas y validarlas utilizando herramientas matemáticas pertinentes.
- Valorar y hacer valorar a los alumnos los aportes individuales y /o grupales **para** la construcción del conocimiento matemático.
- Promover el respeto por las opiniones ajenas y una actitud abierta al cambio que permita elegir las mejores soluciones a diferentes problemas matemáticos, estableciendo, cuando resulte necesario, puntos de encuentro con los desarrollos personales o logrados en pequeños grupos.
- Utilizar la información que brindan las evaluaciones realizadas para retroalimentar tanto la planificación particular como la institucional en matemática
- Alentar a los alumnos para que valoren sus producciones matemáticas y logren comunicarlas en pequeños grupos o en grupo total, para realizar consultas, defender posturas, construir hipótesis o tratar de explicar construcciones matemáticas personales o ajenas.
- Planificar las diferentes instancias en las que se desarrollará el trabajo matemático (individual, en parejas, en pequeños grupos, en grupo total u otras) que promuevan el trabajo personal y grupal
- Evaluar los aprendizajes de los alumnos estableciendo relaciones entre lo aprendido y lo enseñado en las clases de matemática
- Valorar y aprovechar los conocimientos matemáticos extraescolares que los alumnos hayan podido construir para formalizarlos en el marco de la matemática con el objeto de explicarlos, enriquecer su significado.

- Colaborar para que los alumnos utilicen libros de matemática como material de **consulta y ampliación** de lo trabajado en clase.
- Ayudar a los alumnos a tomar conciencia de que la construcción grupal de conocimientos matemáticos aporta aprendizajes valiosos.
- Escuchar, registrar y retomar los aportes de sus alumnos efectuados en forma individual y grupal durante la clase de matemática.
- Promover la relación por parte del alumno de los contenidos nuevos con los anteriores.
- Estimular la necesidad de mejorar la terminología y notación matemática en los diferentes contenidos.

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

- Construir conocimientos matemáticos significativos.
- Elaborar estrategias de trabajo matemático en el aula en un marco de responsabilidad, solidaridad y convivencia democrática.
- Establecer transferencias pertinentes de los conocimientos adquiridos a situaciones intra y/o extra-matemáticas.
- Trabajar de manera autónoma identificando posibles modelizaciones de situaciones que se presenten en diferentes campos.
- Valorar la Matemática como objeto de la cultura.
- Comprender la importancia de la formalización como herramienta de comunicación en el ámbito de la Matemática.
- Distinguir definiciones de explicaciones y ejemplos.
- Justificar estrategias.
- Comprobar lo razonable de sus resultados.
- Valorar su propia capacidad matemática.

CONTENIDOS

Los contenidos se han organizado en cuatro ejes: Geometría y álgebra, Números y Operaciones, Álgebra y Estudio de Funciones, Probabilidades y **Estadística. En** los mismos se incluyen núcleos sintéticos de contenidos que agrupan conocimientos que están vinculados entre sí.

En cada uno de los ejes se continuará con el trabajo propuesto en diseños anteriores, profundizándolo y orientándolo hacia los niveles de argumentación y formalización que se espera que los alumnos adquieran a lo largo de los tres años que componen la Secundaria Superior. En el mencionado desarrollo se incluyen contenidos nuevos que complementan y refuerzan la formación básica de los alumnos.

El orden de presentación de los ejes, y de los núcleos sintéticos dentro de los mismos no implica que el docente deba, necesariamente, enseñarlos en ese orden, **en tanto consigne en su planificación razones justificadas.**

El tratamiento de los contenidos de determinado eje puede provocar la aparición de un nodo en el que se encuentran contenidos de otros ejes.

La descripción de los contenidos de cada eje contiene orientaciones didácticas. Estas orientaciones incluyen ejemplos de problemas y situaciones de enseñanza con los que el docente podrá trabajar algunos de los contenidos del eje.

Desarrollo de contenidos

Geometría

Semejanza

Razón entre áreas y volúmenes de cuerpos semejantes

Lugar Geométrico

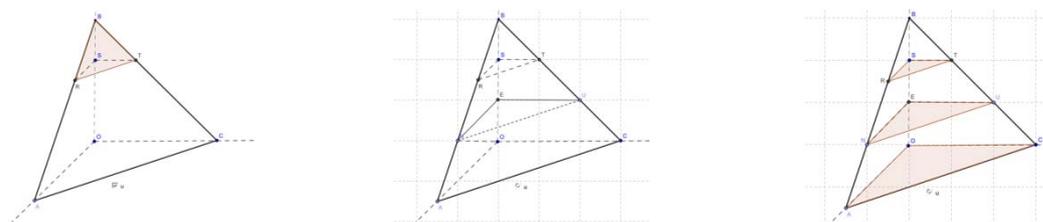
Hipérbola. Elipse

Semejanza

Razón entre áreas y volúmenes de cuerpos semejantes

El tema de cuerpos semejantes y del análisis de la razón entre sus áreas y volúmenes merece un tratamiento cuidadoso dado que los alumnos de cursos superiores presentan dificultades al momento de resolver problemas vinculados a esta temática.

Se puede ayudar a los alumnos a construir estrategias a través de la visualización en representaciones en ejes de figuras tridimensionales sencillas.

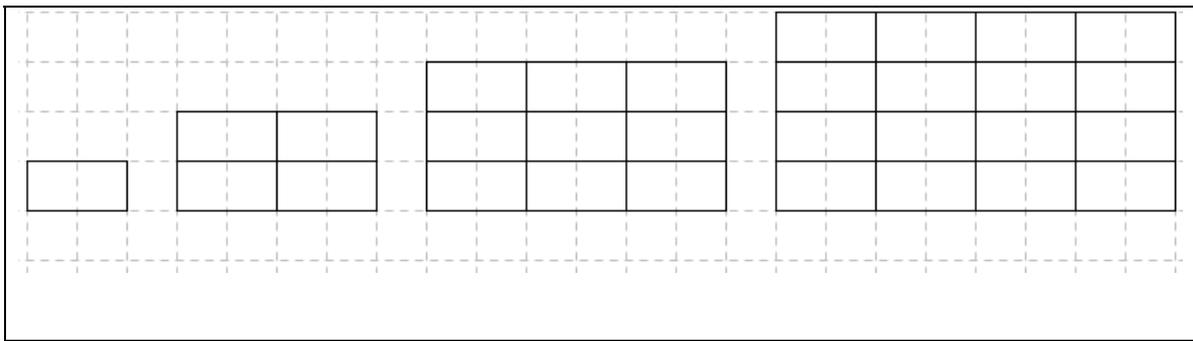


Para luego acompañarlas con el estudio de las razones entre sus aristas, caras y el planteo de la razón entre sus volúmenes tanto desde lo algebraico como desde la visualización geométrica.

Ejemplo 1

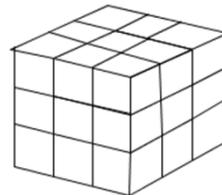
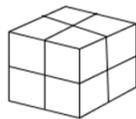
Analizar en las siguientes figuras semejantes la razón de semejanza, la razón entre sus bases y alturas y la razón entre sus áreas.

Para concluir que la razón entre las áreas de figuras semejantes es igual al cuadrado de la razón de semejanza.



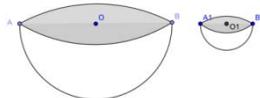
Ejemplo 2

Analizar en los siguientes cubos semejantes, la razón de semejanza, la razón entre sus aristas y la razón entre sus volúmenes. Para concluir que la razón entre los volúmenes de cuerpos semejantes es igual al cubo de la razón de semejanza.



Ejemplo 3

Los cuerpos redondos merecen su estudio dado que no es tan clara la visualización de la relación y genera dificultades al momento de la estimación de la relación entre sus capacidades como en el caso de las siguientes semiesferas cuyos radios tienen razón 3.



Pueden plantearse problemas del tipo:

- Si el radio de una esfera se aumenta en un 20%. Calcular el porcentaje de aumento de su volumen
- Si el radio de una esfera se aumenta en un 20%. Calcular en porcentaje la diferencia entre sus áreas.
- Si a una esfera de 10 cm de radio se la recubre con cierto material en 1cm de espesor ¿en qué porcentaje se incrementa su volumen?

Lugar Geométrico

Hipérbola. Elipse

Se propondrá el trazado de lugares geométricos mediante el uso de elementos de geometría y mediante el uso de software como Geogebra , Cabri, Graphmatica u otros.

Las cónicas se estudiarán como lugares geométricos notables y como secciones de una superficie cónica, definiéndolas en lenguaje coloquial, algebraico y gráfico.

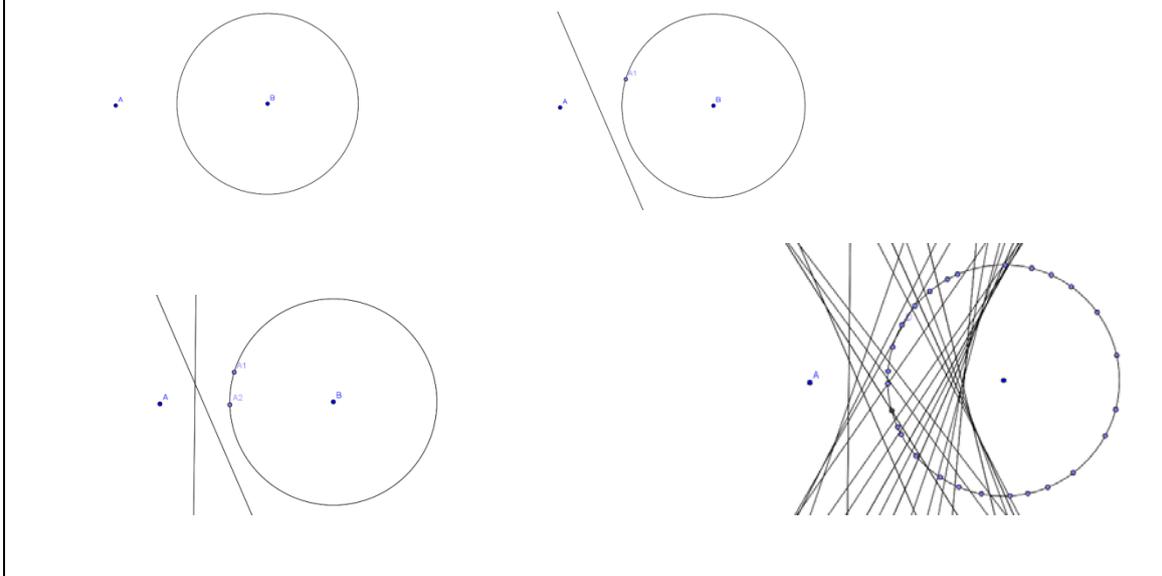
Puede comenzarse con un método sencillo plegando una hoja de papel.

Ejemplo 4

Se dibuja una circunferencia y un punto exterior a ella. Se marcan puntos sobre la circunferencia.

Se realizan dobleces de modo que el punto exterior coincida con cada uno de los marcados en la circunferencia.

Los pliegues irán delimitando el trazado



Se analizará la propiedad de sus puntos cuya diferencia, en valor absoluto, de sus distancias a dos puntos fijos llamados focos es igual a una constante menor que la distancia entre sus focos.

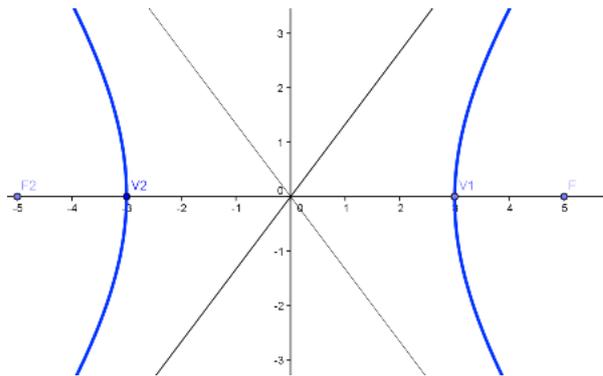
Ejemplo 5

El siguiente gráfico realizado con Geogebra, que puede obtenerse libremente en la red, corresponde a la ecuación

$$\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1 \text{ con eje focal } y=0, \text{ ecuaciones de las asíntotas } y = \frac{4}{3}x, y = -\frac{4}{3}x, \text{ focos en}$$

$$F_1 = (5,0) \text{ y en } F_2 = (-5,0), \text{ excentricidad } e = \frac{5}{3}, \text{ coordenadas de los vértices en}$$

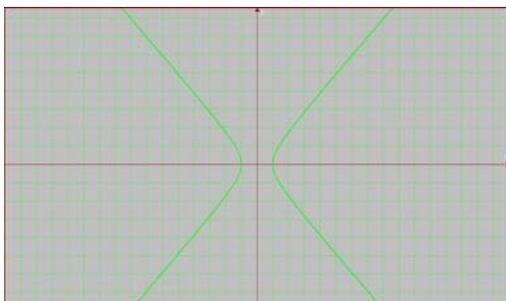
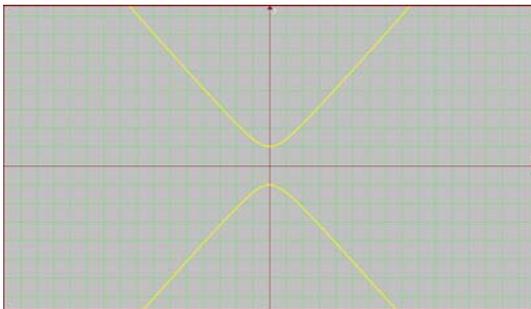
$$V_1 = (3,0) \text{ y } V_2 = (-3,0).$$



Son numerosos los sitios que brindan animaciones que muestran la construcción de los lugares geométricos o su modificación a partir de los cambios de sus parámetros junto con autoevaluaciones que permiten a los alumnos ver cuáles son los aspectos más relevantes del tema y su grado de construcción del saber.¹

Ejemplo 6

Las siguientes son representación realizada con el programa Graphmatica, de dos hipérbolas conjugadas que tienen las mismas asíntotas



Sus ecuaciones son

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad \text{y} \quad -\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

¹ <http://www.dmae.upct.es/~pepemar/conicas/parabola/autoevapar.htm>

Dando distintos valores para **a** y **b** y preguntándose ¿qué ocurre cuándo a y b toman igual valor? o ¿qué puede predecirse cuándo **b** es mayor que **a**? y con un graficador podrán hacer conjeturas y comprobarlas.

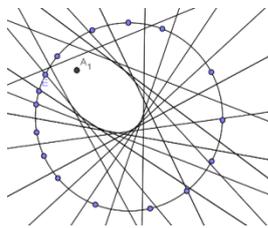
Del mismo modo puede hacerse un tratamiento de la elipse comenzando plegando una hoja de papel.

Ejemplo 7

Se dibuja una circunferencia donde se marcan puntos sobre ella y un punto interior.

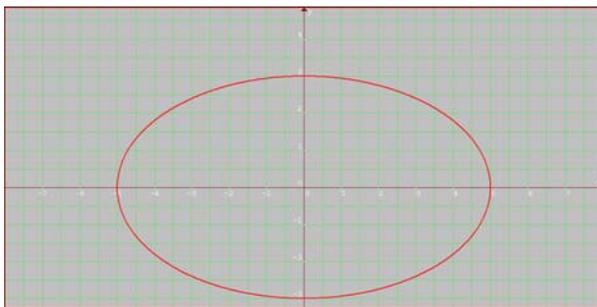
Se realizan dobleces de modo que el punto interior coincida con cada uno de los marcados en la circunferencia.

Los pliegues irán delimitar el trazado

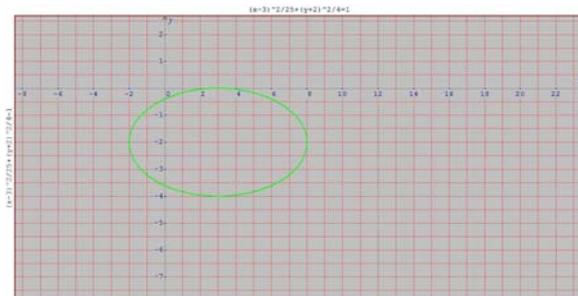


Se analizará la propiedad de sus puntos tales que la suma de sus distancias a dos puntos fijos llamados focos es igual a una constante mayor que la distancia entre sus focos.

Se estudiará de modo semejante al anterior su ecuación $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ y se estimulará a los alumnos a la investigación con animaciones, y graficadores.



Analizando también sus desplazamientos en el plano y su incidencia en la ecuación



Los alumnos más interesados en el tema podrán conocer con graficadores en 3D los lugares geométricos de los puntos del espacio cuya ecuación es un polinomio de segundo grado en x , y , z . y visualizar por ejemplo la ecuación de la esfera $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$.

Números y operaciones

Números reales

Intervalos en \mathbb{R}

Operatoria

Logaritmo

Sucesiones

Sucesiones dadas por término general y por recurrencia

Uso de calculadoras

Números reales

Intervalos en \mathbb{R} . Operatoria

Logaritmo

El concepto de logaritmo se introduce desde el bloque de funciones, como inversa de la función exponencial sin embargo desde este bloque se trabajará el logaritmo como una operación entre números reales. El estudio de las propiedades no debe hacerse aisladamente, es conveniente que se deduzcan y se empleen en problemas que las requieran como herramientas.

Ejemplo 1

Sabiendo que $\log 2 = 0,301$ y que $\log 3 = 0,477$ se puede calcular el $\log 24$

$$\log 24 = \log (3 \times 8) = \log (3 \times 2^3) = \log 3 + 3\log 2 = 0,477 + 3 \times 0,301 = 1,38$$

Con los mismos datos calcular $\log (1/54)$.

Sucesiones

Se profundizará el concepto de sucesiones comenzado en segundo año

Ejemplo 2

Dado un cuadrado de lado 1, se sigue el siguiente procedimiento:

- Se unen los puntos medios de sus lados determinando un cuadrado en su interior.
- Se repite el paso en el segundo cuadrado y así sucesivamente.

Completa sabiendo que a_n representa el área del cuadrado del paso n

$$a_1 = 1 \quad a_2 = \frac{1}{2} \quad a_3 = \dots \quad a_4 = \dots \quad a_n = \dots$$

¿A partir de qué n el área del cuadrado es menor que $1/32$?

En el bloque de funciones se trabajará con funciones exponenciales y logarítmicas donde el número e será de gran importancia.

El trabajo con sucesiones permite aproximarse de manera intuitiva al concepto de límite.

Ejemplo 3

Dada la sucesión:

$$a_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$$

- 1) Investiga con tu calculadora y calcula los diez primeros términos de la sucesión
- 2) ¿Cuánto vale a_{100} ? ¿ y a_{1000} ?
- 3) Decidir si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones dando argumentos sobre tu respuesta
 - * Los términos de la sucesión son positivos
 - * En la sucesión cada término es mayor que el anterior
 - * Si se toman n suficientemente grandes los términos de la sucesión son mayores que 3
 - * Para todo $n \in \mathbb{N}$ vale $2 < a_n < 3$
 - * Para todo $n \in \mathbb{N}$ vale $2 \leq a_n < 3$
- 4) Si se intenta calcular con una calculadora científica a_n para $n = 10^7$ el resultado que aparece en pantalla es 1. Encontrar argumentos para explicar por qué sucede este "error"

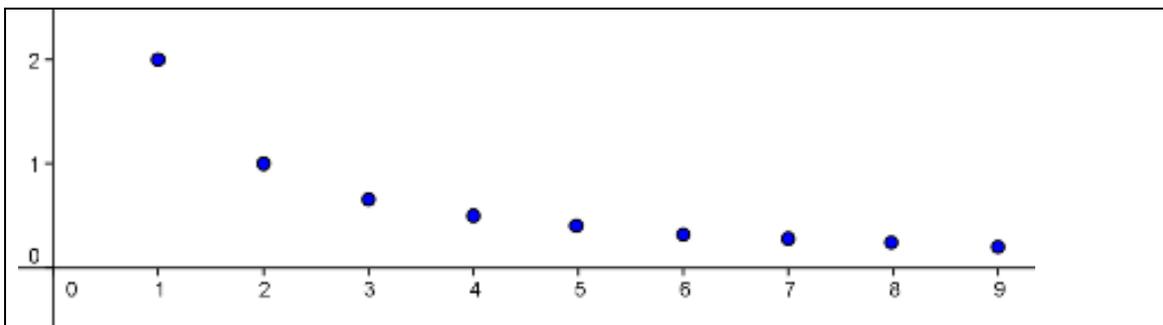
Conceptos de cotas, sucesiones acotadas, supremos e ínfimos serán progresivamente incorporados y no presentarán mayor dificultad para los alumnos, por el contrario enriquecerán el vocabulario específico y permitirán describir situaciones con mayor precisión.

Ejemplo 4

Dada la sucesión de término general

$$a_n = \frac{2}{n}$$

$$\left\{ 2, 1, \frac{2}{3}, \frac{1}{2}, \frac{2}{5}, \frac{2}{7}, \frac{1}{4}, \frac{2}{9}, \dots, \frac{2}{100}, \dots \right\}$$



Esta sucesión está **acotada** porque está acotada **superior e inferiormente**.

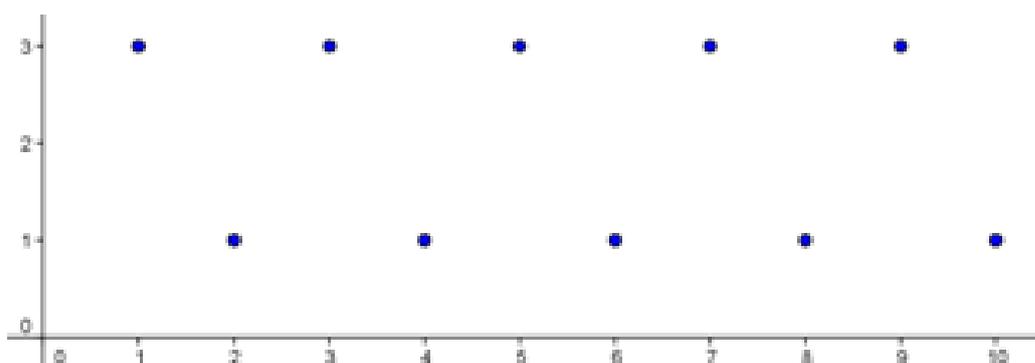
Esta sucesión está acotada superiormente ya que existe un número k que no es superado por ningún término de la sucesión. En este ejemplo 2, 4, 8, 100, e, π , son cotas superiores. Está acotada inferiormente ya que existen valores como 0, -1, -3, $-\frac{3}{4}$, que son cotas inferiores ya que no superan a ningún término de la sucesión.

También diremos que esta sucesión es **monótona** decreciente ya que cada término es menor que el anterior

Ejemplo 5

$$a(n) = a_n = 2 - (-1)^n$$

$$\{ 1, 3, 1, 3, 1, 3, 1, 3, \dots \}$$



Esta sucesión está acotada, admite cotas superiores y cotas inferiores.

El **supremo** es 3 ya que es la menor de las cotas superiores y el **ínfimo** es 1 ya que es la mayor de las cotas inferiores ¿es esta sucesión monótona decreciente? ¿y monótona creciente?

Otra manera de definir esta sucesión es

$$a_n = \begin{cases} 3 & \text{si } n \text{ es impar} \\ 1 & \text{si } n \text{ es par} \end{cases}$$

Álgebra y Funciones

Funciones polinómicas

Ceros. Gráficos

Composición e inversas de funciones.

Funciones homográficas

Funciones exponencial y logarítmica.

Uso de software para el estudio de funciones

Funciones polinómicas

Si bien en los años anteriores se trabajó con el concepto de función y se profundizó en funciones lineales y cuadráticas, el concepto de función debe ser retomado cada vez que se aborda el estudio de funciones más complejas. Los conceptos: dominio de definición, ceros, imagen y positividad deben ser revisados tanto en general como en las nuevas funciones que se presentan.

Es común encontrar entre los alumnos respuestas que dan indicio de lo frágil que son a veces ciertas construcciones. Por ejemplo alumnos que grafican cuadráticas y son capaces de calcular raíces dada una fórmula de una función, cuando se les pregunta sobre el dominio de definición o sobre el valor de la función para un valor determinado no siempre pueden responder.

En particular dado que en este bloque se propone el estudio de funciones inversas esta revisión se vuelve indispensable ya que las condiciones que se piden para su existencia devienen de la definición misma de función.

También se trabajará con gráficos de funciones polinómicas poniendo énfasis en la cantidad de ceros y la positividad basado en la idea por el momento intuitiva de continuidad.

Siempre que sea posible se fomentará abordar los temas desde distintos lenguajes. Esto no constituye una traducción literal sino una interpretación con mayor grado de abstracción logrando que los contenidos anteriores se integren a los nuevos.

Ejemplo:

Dada la función : $f(x) = x \cdot (x-1)(x-2)(x-3)$
Analizar : ceros y positividad del gráfico y

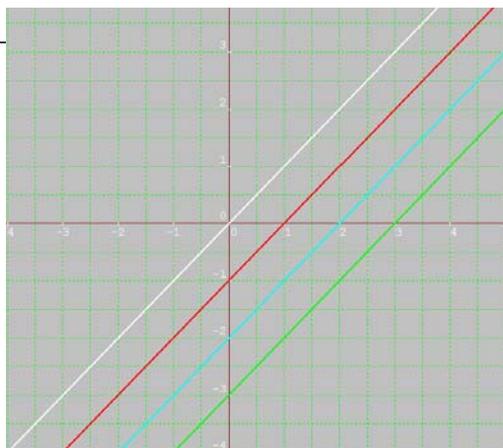
En el gráfico se representaron

$$f_1 = x$$

$$f_2 = x - 1$$

$$f_3 = x - 2$$

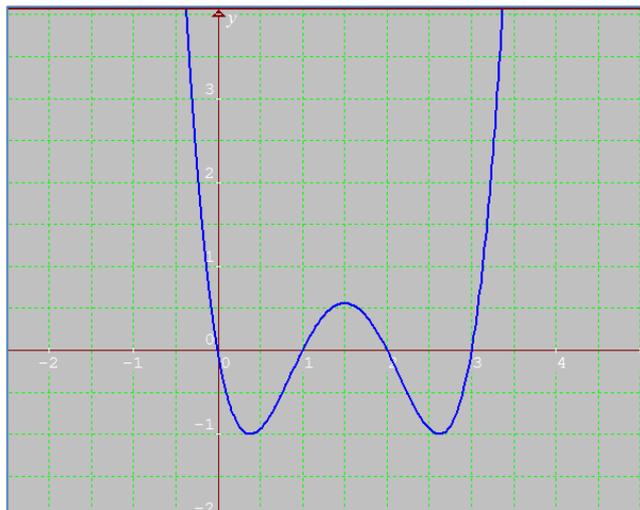
$$f_4 = x - 3$$



En el intervalo $(-\infty, 0)$ las cuatro funciones toman valores negativos. Por lo tanto la función polinómica de grado 4 que queremos analizar tomará el valor del producto de cuatro números negativos entonces en ese intervalo será positiva.

¿Qué se puede decir del intervalo $(1, 2)$?

Luego de realizar el análisis de los intervalos convenientes se verificará con el gráfico de la función propuesta.



Funciones exponenciales

Proponer a los alumnos situaciones tales como analizar el crecimiento de una población de bacterias que se triplica media hora, el valor de un coche que se deprecia 10% anual, la propagación de un virus muy infeccioso como el de la gripe (cada enfermo infecta a varios), un depósito en el banco que aumenta al 7% anual. A partir del análisis del problema y realizando cuentas que le permitan validar sus hipótesis los alumnos podrán construir la fórmula de funciones exponenciales. Es necesario comparar crecimientos lineales con crecimientos exponenciales. Desde el análisis de estas mismas situaciones plantear la existencia de la función inversa trabajando de esta forma desde lo extramatemático hacia lo intramatemático.

Es importante que el trabajo con exponenciales y logaritmos no se limite a manejo de fórmulas y gráficos sino que el estudio de estas funciones permita distinguir procesos que se modelizan con estas funciones.

Saber matemática significa entre otras actividades poder interpretar las cuestiones matemáticas presentes en de otras disciplinas, interpretando cómo se utilizan los modelos matemáticos para describir, analizar y predecir fenómenos de las ciencias naturales o sociales, procesos tecnológicos.

Con este propósito será necesario proponer en las clases el análisis, comentario y discusión de textos propios de la ciencia así como textos de otras disciplinas donde el lenguaje matemático esté presente y las funciones exponenciales y logarítmicas son una gran fuente de ejemplos de estas aplicaciones.

Ejemplo 1:

Para el desarrollo de una nueva fórmula un laboratorio está desarrollando una nueva fórmula. Han determinado que las bacterias que se utilizarán se reproducen por bipartición cada 20 minutos. Se inicia un campo de cultivo con una bacteria a las 8:00 horas. A las 8:20 existen 2 bacterias, a las 8:40 hay 4. Por observación en el microscopio, se sabe que a las 10:40 horas en punto, el campo de estudio tiene llena la mitad de su capacidad. ¿A qué hora se llenará el campo de cultivo si se inició como se ha dicho a las 8:00 horas?. ¿Cuántas bacterias habrá cuando el campo de cultivo esté lleno?

¿Sabrías encontrar un modelo matemático que se adecue al crecimiento de esta colonia de bacterias?

Ejemplo2

El señor A le propone al señor B la siguiente transacción:
 A le dará a B \$ l primer día del mes y cada día le dará \$1 más que el anterior.
 B le dará a A \$ 0,01 el primer día del mes y cada día le dará el doble de lo que le dio el día anterior.

Día	Recibe A (\$)	Recibe B (\$)
1	0,01	1
2	0,02	2
3	0,04	3
4	0,08	4
5		5
6		
7		
8		
9		
x		

Analiza para quién es conveniente este trato y en qué condiciones de tiempo.

Ejemplo 3

Determinar K sabiendo que la gráfica de la función $f(x) = K^x$ pasa por el punto $(2,9)$ calcular $f(-1)$ Representar la función y leer la información del gráfico: crecimiento y positividad.

Estadística.

Estadística: Muestra y población

Parámetros de posición

Parámetros de dispersión

Uso de calculadoras

Estadística:

Muestra y población

La estadística construye modelos matemáticos para analizar las características de una población mediante censos o muestras según se abarque o no la totalidad de elementos de estudio.

Se tabularán y graficarán variables discretas y continuas según las características de las unidades de análisis susceptibles de ser medidas.

Se profundizará en el estudio de parámetros estadísticos de posición: mediana, moda y media aritmética.

Se construirán conceptos y se estudiarán utilidades de medidas de dispersión como varianza y desviación estándar.

Se construirán estrategias para la predicción, estimación y verificación de resultados

Se tratarán medidas de posición como los fractiles, que en el caso de los cuartiles separan a los valores de distribución de frecuencias en el 25% de las observaciones queda a la izquierda y el 75% a la derecha para q_1 , 50% y 50% para q_2 y en 75% a la izquierda y 25% derecha para q_3 del mismo modo puede razonarse para deciles y percentiles.

Cuando se habla de que un valor que está en el percentil 80 se está diciendo que es un valor superior al 80% de la población analizada e inferior al 20% restante

Dos aspectos muy importantes se han de tener en cuenta, no reducir la estadística a una mera aplicación de fórmulas, por lo que deberá incorporarse la calculadora y acompañar lo que se está realizando con una reflexión en el contexto del problema resignificando la información que se va obteniendo de las variables en juego.

Reflexionar sobre qué aportan las medidas de posición y qué las de dispersión, como por ejemplo analizar curvas de frecuencia con igual posición pero con distinta dispersión y hacer conjeturas sobre las mismas.

USO DE CALCULADORAS EN ESTADÍSTICA

Es común que los alumnos posean calculadoras pero hagan un aprovechamiento limitado de sus funciones como en el caso cálculo de la media o de desvío, por lo que se hace necesario identificar en las calculadoras las teclas $\sum x^2$, $\sum x$, n , varianza, según el modelo modos de introducir los datos, formas de hacer correcciones cuando se ha introducido mal un dato y estimulando la lectura de manuales de las calculadoras para el mejor uso de sus funciones.

ORIENTACIONES DIDÁCTICAS

Resolución de problemas y formalización.

Existe una importante cantidad de bibliografía sobre las características que debe tener una actividad para constituirse en un problema para los alumnos. Desde este diseño curricular enfatizaremos algunas cuestiones.

- Un problema promueve el desarrollo de estrategias que favorecen una educación más autónoma, comprometida y participativa.
- Ser un problema no es una característica inherente a una actividad. Lo que constituye a cualquier propuesta en un problema es el vínculo que se establece entre el alumno y la tarea propuesta.
- Un problema es una situación que se le presenta al alumno para moverlo a la acción.
- Si el alumno reproduce un procedimiento enseñado anteriormente es un ejercicio o un problema de aplicación pero no es en ese sentido que decimos aprender a través de problemas. Frente a los problemas los alumnos ponen en juego diferentes tipos de saberes relacionados con los conceptos, los procedimientos y/o las actitudes.

La institucionalización de los conocimientos comienza con los alumnos en la legitimación de sus procesos por parte del docente quien junto con ellos, generaliza, enmarca en una teoría y descontextualiza el saber aprendido.

Clima de la clase y tratamiento del error

Todo docente desea que los alumnos se comprometan con su propio aprendizaje. Esto se logra cuando desarrollan tareas de las que deciden hacerse cargo. Largas

exposiciones suelen contar con pocos seguidores en las clases de matemática, aun cuando la clase aparente lo contrario.

Aprender matemática a partir de exposiciones teóricas para luego resolver ejercicios y problemas no es educar matemáticamente a un alumno. Para que el alumno tome un rol activo en primer lugar es necesario generar un clima de confianza en su propia capacidad y de respeto por la producción grupal.

En algunas oportunidades resultará conveniente planificar la tarea en el aula de modo tal que luego de la propuesta de trabajo haya una primera instancia de trabajo individual. En esta etapa cada alumno prepara un aporte para el posterior trabajo grupal.

Dentro del grupo de trabajo cada integrante explicará su producción a los demás y entre todos construirán la forma de comunicarla con un registro adecuado para confrontar con las resoluciones de otros grupos. En ese momento es importante que el docente habilite la palabra de **todos** los integrantes.

Finalizada la puesta en común y la discusión de cada solución planteada, el docente establecerá el status matemático de las construcciones de los alumnos.

Los errores de los alumnos son indicadores del estado del saber y es el docente quien contribuirá para que avancen a partir de ellos. La superación de errores se logrará si los alumnos toman conciencia de ellos y se hacen cargo de su reparación en niveles crecientes de autonomía. Dar la respuesta correcta no es corregir un error, más aún debe estimularse al alumno para que elabore estrategias de control que le permitan decidir sobre la corrección de sus producciones.

Leer y escribir en Matemática

Comprender un texto supone dar significado a lo leído e incluirlo en el marco personal de significaciones previas, enriqueciéndolas. En matemática esta significación deberá ser correcta en términos de la ciencia y la cultura matemática. Palabras como “dependencia” o “ semejanza” tienen en distintos contextos significados muy diferentes y en Matemática su definición es muy precisa. Es por este motivo que leer textos matemáticos es una actividad que debería estar presente en las clases.

Leer matemática significa entre otras actividades poder interpretar las cuestiones vinculadas al área que están presentes en textos de otras disciplinas, interpretando cómo se utilizan los modelos matemáticos para describir, analizar y predecir fenómenos de las ciencias naturales o sociales, procesos tecnológicos, o expresiones artísticas. Con este propósito será necesario proponer en las clases el análisis, comentario y discusión de textos propios de la ciencia así como textos de otras

disciplinas donde el lenguaje matemático esté presente a través de gráficos, porcentajes o esquemas geométricos.

Las producciones matemáticas de sus propios compañeros constituyen un material muy rico sobre el cual los alumnos pueden iniciar la lectura de textos con el propósito de explicar, describir, argumentar, validar, dar precisión y complejizar la información.

Para promover el desarrollo de la capacidad lectora de los alumnos es esperable que en las clases los alumnos se enfrenten a una diversidad de textos que incluyan expresiones verbales, simbólicas, gráficas y trabajar en análisis de cada tipo de expresión favoreciendo el pasaje a otras expresiones propias o más complejas.

En el proceso de construcción de sentido de un lenguaje científico una paradoja que se debe transitar, por un lado los objetos matemáticos deberían preceder a su representación pero es a partir de esta representación que el objeto se conceptualiza a través de sus representaciones semióticas. Estas son necesarias para una comunicación más precisa y son imprescindibles para la construcción futura del concepto.

Será necesario para facilitar este proceso promover la producción y la lectura de textos que permitan ser representados por diversos lenguajes, desde el natural o coloquial hasta el simbólico teniendo en cuenta que esto no constituye una simple traducción sino que en estas relecturas las conceptualizaciones irán adquiriendo riqueza y precisión.

Uso de la calculadora

La calculadora y el software son herramientas al alcance de nuestros alumnos y de uso cotidiano en nuestra sociedad. En el diseño curricular su uso está presente en todos los bloques, ya que permite mejores visualizaciones sobre las cuales se pueden elaborar conjeturas, prever propiedades y descartarlas o comprobarlas.

Desplaza la preocupación por la obtención de un resultado centrandolo en la actividad en la construcción de conceptos y búsqueda de nuevas formas de resolución.

La calculadora, además de un potentísimo instrumento de cálculo, es motivadora, ya que despierta el interés de los alumnos en la búsqueda de regularidades o genera interrogantes como en el caso de obtener por multiplicación números más pequeños, contrariamente a lo esperado o intuido. Por otra parte, constituye un instrumento de control neutral ya que el alumno puede utilizarla para verificar sus estimaciones sin percibir reprobación ni crítica ante las respuestas equivocadas. Se hace imprescindible su uso en un momento que el cálculo algorítmico dio lugar a nuevas formas de pensar en la educación matemática. “Las nuevas tecnologías son herramientas demasiado valiosas como para dejarlas fuera del aula. El imperativo es

encontrar la conexión entre aquello que los jóvenes se sienten motivados a hacer y aquello que como educadores consideramos que tienen que aprender”²

Evaluación

La evaluación en Matemática Superior deberá entenderse como un proceso continuo que involucra todas las actividades que el docente propone a sus alumnos y que no está únicamente asociada a la calificación obtenida en evaluaciones escritas en las que se involucre solamente la memorización de enunciados o la aplicación mecánica de reglas.

En una prueba escrita, el alumno resuelve problemas, por eso en el momento de la corrección el docente deberá considerar, además de la correcta utilización de las herramientas matemáticas que involucre, la resolución del problema en su totalidad. Es decir, que una vez realizada la operatoria necesaria, el alumno sea capaz de contextualizar los resultados obtenidos para construir respuestas coherentes a la situación planteada, así como explicar y dar razón de los procedimientos elegidos para el abordaje de la misma haciendo uso de lenguaje matemático en sus diferentes variantes (coloquial, gráfico, simbólico) y produciendo un registro que permita comunicar todo esto de manera eficaz.

En estas condiciones, la evaluación es un proceso que brinda elementos a docentes y alumnos para conocer el estado de situación de la tarea que realizan juntos y como tal representa una oportunidad de diálogo entre ambos. Así, la devolución de las evaluaciones escritas, deberá realizarse previendo breves momentos de atención personalizada que complementen los comentarios que el docente pueda realizar en los exámenes cuando los corrige. A su vez, los resultados observados en la corrección permitirán al docente reorientar el proceso de enseñanza y planificar la tarea futura.

Es importante que los alumnos conozcan claramente qué es lo que se espera que logren en relación con el contenido que se está evaluando. Por lo general, la calificación final de una prueba solamente es reflejo de la distancia entre lo que se espera que logren y lo efectivamente logrado por ellos, pero en ocasiones es difícil para los alumnos darse cuenta de lo que el profesor considerará importante a la hora de corregir, por eso es indispensable que el docente explicité estas cuestiones aunque las considere triviales.

Resulta idénticamente importante que se evalúe cuáles son sus progresos en relación con los conocimientos matemáticos evaluados y que se les informe sobre lo que se espera que mejoren en este sentido porque esto contribuye también con la

² Nicholas Burbules, doctor en Filosofía de la Educación de la Universidad de Stanford en portal.educ.ar/noticias/entrevistas/nicholas-burbules

construcción del “oficio de alumno de Matemática”. Por esta razón resulta importante que el docente lleve registros personalizados de los progresos de todos sus alumnos y que considere la distancia entre las construcciones de los mismos y los saberes matemáticos como un ítem más, entre otros igualmente importantes, a la hora de calificar.

Cuando el docente califique a sus alumnos, además de ponderar el estado de situación de cada uno de ellos, deberá tener en cuenta también su propio proceso de enseñanza de la materia y contemplar la distancia entre lo planificado y lo efectivamente realizado.

BIBLIOGRAFÍA

Barbin, Evelyne y Douady, Regine (directores). *Enseñanza de las matemáticas: relación entre saberes, programas y práctica*. I.R.E.M. Paris Topics Editions. 1996

Batanero, Carmen y Godino, Juan, *Estocástica y su didáctica para maestros*.

Universidad de Granada, Departamento de Didáctica de la Matemática, 2002.

Batanero, Carmen y Godino, Juan, *Razonamiento combinatorio*. Madrid, Síntesis, 1994.

Berlinski, David. *Ascenso infinito. Breve historia de las matemáticas*. Buenos Aires. Debate. 2006.

Berté, Annie, *Matemática Dinámica*. Buenos Aires, A-Z Editora, 1999.

Berté, Annie, *Matemática de EGB 3 al polimodal*. Buenos Aires, A-Z Editora, 1999.

Bishop, Alan J. *Enculturación matemática. La educación matemática desde una perspectiva cultural*. Buenos Aires. Paidós. 1999

Chevallard, Yves, *La transposición didáctica: Del saber sabio al saber enseñado*. Buenos Aires, Aique, 1997.

Chevallard, Yves; Bosch, Marianna; Gascón, Joseph, *Estudiar matemáticas. El eslabón perdido entre enseñanza y aprendizaje*. Barcelona, ICE/ Horsori, 1997.

Corbalan, Fernando. *La matemática aplicada a la vida cotidiana*. Barcelona. Grao. 1998

D'Amore, Bruno. *Bases filosóficas, pedagógica, epistemológicas y conceptuales de la Didáctica de la Matemática*. Mexico. Ed. Reverté. 2006

D'Amore, Bruno. *La complejidad de la noética en matemáticas como causa de la falta de devolución*. Bogotá.. Universidad Pedagógica Nacional. 2002

D'Amore, Bruno. *Conceptualización, registros de representaciones semióticas y noética: interacciones constructivísticas en el aprendizaje de los conceptos matemáticos e hipótesis sobre algunos factores que inhiben la devolución*. Barcelona. Revista Uno 35, pp 90-106 .2004

D'Amore, Bruno. *La didáctica de la Matemática a la vuelta del milenio: raíces, vínculos e intereses*. México. Revista Educación Matemática 12, pp 39-50. 2000

Del Valle de Rendo, Alicia y Vega Viviana, *Una escuela en y para la diversidad*. Buenos Aires, Aique. 2006.

Fischbein, Efraim, *The evolution with age of probabilistics, intuitively based misconceptions*" Journal of research in Mathematical Education, NCTM, 1997.

Fischbein Efraim; Vergnaud, Gérard, *Matematica a scuola: teorie ed esperienze*. Bologna, Pitagora Editrice, 1992.

de Guzmán, Miguel, *Aventuras matemáticas*. Madrid, Pirámide, 1997.

Gvirtz, Silvina y Podestá, M. E. (comp), *Mejorar la escuela. Acerca de la gestión y la enseñanza*. Buenos Aires, Granica, 2004.

Imbernón, Francisco (coord), *La educación en el siglo XXI. Los ritos del futuro inmediato*. Barcelona, Graó, 2000.

Gherzi, Italo, *Matematica Dilettevole e curiosa*. Milano. Ulrico Hoeplie Editore. 1978

Klimovski, Gregorio *Las desventuras del conocimiento científico. Una introducción a la epistemología*. Buenos Aires, AZ editora. 1994

Larson, Hostetler, Edwards, *Cálculo I*, México, McGraw-Hill, 2006.

Litwin, Edith (comp), *Tecnología Educativa*. Buenos Aires, Paidós, 1995.

Medina Rivilla y Mata S., *Didáctica General*. Prentice may, Madrid, 2003.

Meirieu, Philippe, *La opción de educar*. Barcelona, Octaedro, 2001.

Nelsen, R. B. *Proofs Without Words II: More Exercises in Visual Thinking*. Washington, DC: Math. Assoc. Amer., 2001.

Odifreddi, Piergiorgio, *La Matemática del siglo XX. De los conjuntos a la complejidad*. Buenos Aires, Katz, 2006.

Ortega, Tomás, *Conexiones matemáticas. Motivación del alumnado y competencia matemática*. Barcelona, Grao, 2005.

Panizza, Mabel, *Razonar y conocer*. Buenos Aires, Libros del Zorzal, 2005.

Parra, Cecilia y Saiz, Irma (comps), *Didáctica de matemáticas. Aportes y reflexiones*. Buenos Aires, Paidós Educador, 1994.

Plagia, Humberto; Bressan, Ana; Sadosky, Patricia, *Reflexiones teóricas para la Educación Matemática*. Buenos Aires, Libros del Zorzal, 2005.

Rancière, Jaques, *El maestro ignorante*. Barcelona, Laertes, 2003.

Revista Uno. N° 11. *Evaluación en Matemática*. Barcelona, Graó, 1997.

Revista Uno. N° 16. *La gestión de la clase de Matemática*. Barcelona, Graó, 1997.

Rico, Luis (Coord), *La educación matemática en la enseñanza secundaria*. Barcelona, ICE/ Horsori, 1997.

Sadosky, Patricia, *Enseñar Matemática hoy. Miradas, sentidos y desafíos*. Buenos Aires, Libros del Zorzal, 2005.

Sessa, Carmen, *Iniciación al estudio didáctico del Álgebra*. Buenos Aires, Libros del Zorzal, 2005.

Vergnaud, Gérard, *Aprendizajes y Didácticas: ¿Qué hay de nuevo?* Buenos Aires, Edicial, 1997.

Vergnaud, Gérard, *Concetti e schemi in una teoría operatoria della rappresentazione*, Wolton, Dominique, *Internet y después*. Barcelona, Gedisa, 2000.

Páginas en internet

<http://www.sectormatematica.cl/articulos>.

[http://www.uncoma.edu.ar/.../clave/didáctica de_la_matematica/](http://www.uncoma.edu.ar/.../clave/didáctica_de_la_matematica/)

<http://dialnet.unirioja.es/servlet/autor?codigo=219055>

<http://www.unlu.edu.ar/~dcb/matemat/geometa1>.

<http://www.sectormatematica.cl/revistas.htm>

<http://www.campus-oei.org/oeivirt/edumat.htm>

<http://www.ugr.es/local/jgodino>

<http://www.cidse.itcr.ac.cr/revistamate/>

<http://www.cidse.itcr.ac.cr/revistamate/Herramientas/Recta/Recta.html>

<http://www.cidse.itcr.ac.cr/cursos-linea/MATEGENERAL/index.htm>

<http://www.educ.ar/educar/>

<http://www.recursosmatematicos.com/>

<http://www.edulab.ull.es/tecedu>.

<http://mathworld.wolfram.com/ProofwithoutWords.html>